AI-1145-M.E.-CV-19

B.Sc.-Part-II

Term End Examination, Mar.-Apr.-2021

MATHEMATICS

Paper-II

DEFFERENTIAL EQATIONS

Time : Three Hours] [Maximum Marks : 050

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer **All** Question. All Question carry equal marks.

इकाई/Unit-I

1. (a) निम्नलिखित समीकरण का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए।

Solve the following equation in series.

$$(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}-y=0$$

(b) सिद्ध कीजिए।

Prove that.

$$\frac{d}{dx}\left(x^{-n}j_n(x)\right)=-x^{-n}j_{n+1}(x)$$

अथवा/OR

(a) $f(x)=x^4+2x^3+2x^2-x-2$ को लेजान्ड्रे बहुपदों में व्यक्त कीजिए।

Express $f(x)=x^4+2x^3+2x^2-x-2$ in term of Legendre polynomials.

(b) निम्नलिखित स्टर्म–ल्यूविल समस्या के समीकरण आइगेन मानों एवं आइगेन फलनों को ज्ञात कीजिए।

Find all the eigen values and eigen function of the following sturm-Liouvillee problem.

$$y''+\lambda y=0,\quad y(0)=0,\quad y(l)=0$$

इकाई/Unit-II

2. (a) ज्ञात कीजिए:– **Find it**

(i) $L\{sin2tcos3t\}$ (ii) $L\left\{\frac{e^{-at}-e^{-bt}}{t}\right\}$

(b) ज्ञात कीजिए:– **Find**

(i) $L^{-1}\left\{\frac{2p+3}{(p-1)(p+2)^2}\right\}$ (ii) $L^{-1}\left\{\frac{1}{\sqrt{p+a}}\right\}$

अथवा/OR

(a) द्वितीय स्थानान्तरण प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove second shifting theorem.

(b) हल कीजिए:– **Solve it**

$$y''-ty'+y=1\quad if\ y(0)=1,\quad y'(0)=2$$

इकाई/Unit-III

3. (a) सम्बन्ध $z=y^2+2f\left(\frac{1}{x}+logy\right)$ से स्वेच्छ फलन f का विलोपन कीजिए।

Eliminate the arbitrary function f from the relation $z=y^2+2f\left(\frac{1}{x}+logy\right)$

(b) हल कीजिए:– **Solve it**

$$ptanx+qtany=tanz$$

अथवा/OR

(a) पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए।

Find complete integral

$$x^2p^2+y^2q^2=z^2$$

(b) चारपिट विधि से हल कीजिए।

Solve by Charpit's method.

$$px+qy=pq$$

इकाई/Unit-IV

4. (a) हल कीजिए:– Solve it

$$t + s + q = 0$$

(b) हल कीजिए:– Solve it

$$(D^2 - 2DD' + D'^2)Z = sin(2x + 3y)$$

अथवा/OR

(a) हल कीजिए:– Solve it

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy$$

(b) मोन्जे विधि से हल कीजिए।

Solve by Monje's method.

$$y^2 r - 2ys + t = p + 6y$$

इकाई/Unit-V

(a) फलनकों के चरम को परिभाषित कीजिए। अन्तराल $[0, 1]$ मे वकों $y = x$ एवं $y = x^2$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

Define extremals of functional. Find the distance between the curves $y = x$ and $y = x^2$ in the interval $[0, 1]$

(b) स्थिर परिसीमा बिन्दुओं (x_1, y_1) और (x_2, y_2) सहित उस वक्र को ज्ञात कीजिए जिसके x अक्ष के परितः परिभ्रमण में न्यूनतम पृष्ठ क्षेत्रफल वाला परिकमण पृष्ठ प्राप्त होता है।

Find the curve with fixed boundary point (x_1, y_1) and (x_2, y_2) such that its rotation about x-axis give rise to a surface of revolution of minimum surface area.

अथवा/OR

(a) फलनक $F[y(x)] = \int_0^{log2} (e^{-x}y'^2 - e^x y^2)dx$ के चरम ज्ञात करने की समस्या में निर्देशांक रूपान्तरण के अन्तर्गत आयलर समीकरण की निश्चिता का सत्यापन कीजिए।

Verify invariance of Euler's equation under co-ordinates transformation in the problem of finding the externals of the functional

$$F[y(x)] = \int_0^{log2} (e^{-x}y'^2 - e^x y^2)dx$$

(b) परवलय $y = x^2$ और सरल रेखा $x - y = 5$ के बीच की लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the parabola $y = x^2$ and the straight line $x - y = 5$