Printed Pages – 8

AI-1106

B. A./B. Sc. (Part-I)
Term End Examination, 2020-21

MATHEMATICS

Paper : First

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई-I
Unit-I

1. (a) प्रारम्भिक संक्रियाओं की सहायता से आव्यूह का

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 2 & 2\\ 1 & 1 & 2 & 3\\ 2 & 2 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 3 & 3\end{bmatrix}$$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

With the help of elementry operation find the invese of the matrix

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 2 & 2\\ 1 & 1 & 2 & 3\\ 2 & 2 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 3 & 3\end{bmatrix}$$

(b) दर्शाइये कि आव्यूह $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\\ 2 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix}$ अपने

अभिलाक्षणिक समीकरण को संतुष्ट करता है। अत: A^{-1} ज्ञात कीजिए।

Prove that the matrix A satisfies characteristic equation and $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ find A^{-1}.

(c) निम्नलिखित आव्यूह को प्रसामान्य रूप में बदलकर जाति ज्ञात कीजिए—

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & 3 & -2 \\ 6 & 3 & 0 & -7 \end{bmatrix}$$

Reduce the following matrix in the normal form and find its rank :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & 3 & -2 \\ 6 & 3 & 0 & -7 \end{bmatrix}$$

इकाई-II
Unit-II

2. (a) आव्यूह विधि से निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए—

$$x_1 - x_2 + x_3 = 2$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = -6$$

$$3x_1 + x_2 + x_3 = -18$$

Solve the following equations by using matrix method :-

$$x_1 - x_2 + x_3 = 2$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = -6$$

$$3x_1 + x_2 + x_3 = -18$$

(b) बहुपदों का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए—

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 6$$

$$g(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 3$$

Find the greatest common divisions of polynomials :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 6$$

$$g(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 3$$

(c) समीकरण $x^3 - 9x^2 - 23x - 15 = 0$ के मूलों को ज्ञात कीजिए जबकि मूल समान्तर श्रेणी में है।

Find the root of the equation

$$x^3 - 9x^2 - 23x - 15 = 0$$

they are in arithmetic progression.

इकाई-III
Unit-III

3. (a) सिद्ध कीजिए कि इकाई के चतुर्थ मूलों का समुच्चय $\{1, -1, i, -i\}$ गुणन संक्रिया के अन्तर्गत एक परिमित अबेली समूह है।

Show that the set of fourth roots of unity namely $\{1, -1, i, -i\}$ form an abelian group with respect to multiplication.

(b) मान लो H एक समूह का एक उपसमूह है और मान लो $K = \{x \in G : xH = Hx\}$ सिद्ध कीजिए कि K, G का एक उपसमूह है।

Let H be a subgroup of a group G and let $K = \{x \in G : xH = Hx\}$. Prove that K is a subgroup of G.

(c) समूह के केन्द्र को परिभाषित कीजिए तथा सिद्ध कि समूह G का केन्द्र Z, G का एक प्रासामान्य उपसमूह होता है।

Define centre of a group and prove that Z is a normal subgroup of centre of a group G.

इकाई-IV
Unit-IV

4. (a) समूहों की तुल्यकारिता को परिभाषित कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि समान कोटि के दो चक्रीय समूह समाकारी होते हैं।

Define isomorphism of groups and prove that the two cyclic groups of equal orders are isomorphic.

(b) क्रमित पूर्णांकीय प्रान्त को परिभाषित कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि एक पूर्णांकीय प्रान्त का अभिलक्षण या तो 0 या एक अभाज्य संख्या होती है।

Define ordered integral domain and prove that the characteristic of an integral domain is either zero or prime numbers.

(c) सिद्ध कीजिए कि संरचना $\{R, +5, \cdot 5\}$ एक क्रमविनिमेय वलय है जहाँ $R = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ (mode 5) है।

Prove that the structure $\{R, +5, \cdot 5\}$ is a commutative ring where $R = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ (mode 5).

इकाई-V
Unit-V

5. (a) द-मायवर प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove the D-Moiver's theorem.

(b) अति परवलयिक फलन को परिभाषित कीजिए तथा यदि $\sin(A+iB) = x+iy$ तो सिद्ध कीजिए—

$$\frac{x^2}{\cosh^2 B} + \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1 \text{ तथा } \frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1$$

Define hyperbolic function. If $\sin(A+iB) = x+iy$ then prove that :

$$\frac{x^2}{\cosh^2 B} + \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1 \text{ and } \frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1$$

(c) यदि $i^{i^{\cdots\infty}} = A+iB$ केवल मुख्य मान को लिया गया है, तो सिद्ध कीजिए कि

(i) $\tan\frac{\pi A}{2} = \frac{B}{A}$

(ii) $A^2 + B^2 = e^{-B\pi}$

If $i^{i^{\cdots\infty}} = A+iB$, principal value only be considered, then prove that :

(i) $\tan\frac{\pi A}{2} = \frac{B}{A}$

(ii) $A^2 + B^2 = e^{-B\pi}$